W/S Function Operation & Domain Practice

KEY

① $f(x) = 2x+1$ $\quad D: (-\infty, \infty)$ $\qquad$ $g(x) = 1-x$ $\quad D: (-\infty, \infty)$

a) $(f+g)(x) = (2x+1) + (1-x)$

$= \boxed{x+2}$ $\qquad \boxed{D: (-\infty, \infty)}$

b) $(f-g)(x) = (2x+1) - (1-x)$

$= 2x+1-1+x$

$= \boxed{3x}$ $\qquad \boxed{D: (-\infty, \infty)}$

c) $(f \cdot g)(x) = (2x+1)(1-x)$

$= 2x - 2x^2 + 1 - 1x$

$= \boxed{-2x^2 + x + 1}$ $\qquad \boxed{D: (-\infty, \infty)}$

d) $\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{2x+1}{1-x}$ $\qquad D: (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$

② $f(x) = 2x^2 - x$ $\quad D: (-\infty, \infty)$ $\qquad g(x) = 1 - x$ $\quad D: (-\infty, \infty)$

a) $(f+g)(x) = (2x^2 - x) + (1 - x)$

$= \boxed{2x^2 - 2x + 1}$ $\quad \boxed{D: (-\infty, \infty)}$

b) $(f-g)(x) = (2x^2 - x) - (1 - x)$

$= 2x^2 - x - 1 + x$

$= \boxed{2x^2 - 1}$ $\quad \boxed{D: (-\infty, \infty)}$

c) $(f \cdot g)(x) = (2x^2 - x)(1 - x)$

$= 2x^2 - 2x^3 - x + x^2$

$= \boxed{-2x^3 + 3x^2 - x}$ $\quad \boxed{D: (-\infty, \infty)}$

d) $\left(\frac{f}{g}\right) = \boxed{\frac{2x^2 - x}{x^2 - 4}} = \boxed{\frac{2x^2 - x}{(x+2)(x-2)}}$ $\quad \boxed{D: (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)}$

$x \neq -2 \quad x \neq 2$

③ $f(x) = \frac{2x+3}{x-4}$ $\quad g(x) = \frac{x-4}{3x+2}$

D: $x \neq 4$ $\quad$ D: $x \neq -\frac{2}{3}$

a) $(f+g)(x) = \frac{2x+3}{x-4} + \frac{x-4}{3x+2}$

$= \frac{(2x+3)(3x+2)}{(x-4)(3x+2)} + \frac{(x-4)(x-4)}{(3x+2)(x-4)}$

$= \frac{6x^2+4x+9x+6+x^2-8x+16}{(x-4)(3x+2)}$

$= \boxed{\frac{7x^2+5x+22}{(x-4)(3x+2)}}$ $\quad \boxed{\text{D: } x \neq -\frac{2}{3}, 4 \text{ or } (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{2}{3}, 4) \cup (4, \infty)}$

b) $(f-g)(x) = \frac{2x+3}{x-4} - \frac{x-4}{3x+2}$

$= \frac{(2x+3)(3x+2)}{(x-4)(3x+2)} - \frac{(x-4)(x-4)}{(3x+2)(x-4)}$

$= \frac{(6x^2+13x+6)-(x^2-8x+16)}{(x-4)(3x+2)}$

$= \frac{5x^2+21x-10}{(x-4)(3x+2)}$ $\quad$ D: $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{2}{3}, 4) \cup (4, \infty)$

c) $(f \cdot g)(x) = \frac{(2x+3)}{(x-4)} \cdot \frac{(x-4)}{(3x+2)}$

$= \boxed{\frac{2x+3}{3x+2}}$ $\quad$ D: $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{2}{3}, 4) \cup (4, \infty)$

3d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{(2x+3)}{(x-4)} \div \frac{(x-4)}{(3x+2)}$

$= \frac{(2x+3)}{x-4} \cdot \frac{(3x+2)}{x-4}$

$= \boxed{\frac{6x^2+13x+6}{(x-4)^2}}$ D: $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{2}{3}, 4) \cup (4, \infty)$

---

④ $f(x) = \sqrt{x-1}$ $\quad x \geq 1$ $\qquad g(x) = 2x^2$ $\quad D: (-\infty, \infty)$

a) $(f+g)(x) = \sqrt{x-1} + 2x^2$ $\qquad D: [1, \infty)$

b) $(f-g)(x) = \sqrt{x-1} - 2x^2$ $\qquad D: [1, \infty)$

c) $(f \cdot g)(x) = 2x^2\sqrt{x-1}$ $\qquad D: [1, \infty)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{2x^2}$ $\qquad D: [1, \infty)$

$\uparrow x \neq 0$

⑤ $f(x) = 2x+1$ $\quad D: (-\infty, \infty)$

$g(x) = x^2 - 3$ $\quad D: (-\infty, \infty)$

a) $(f \circ g)(x) = 2(x^2-3)+1$

$= 2x^2 - 6 + 1$

$= \boxed{2x^2 - 5}$

$\boxed{D: (-\infty, \infty)}$

b) $(g \circ f)(x) = (2x+1)^2 - 3$

$= 4x^2 + 4x + 1 - 3$

$= \boxed{4x^2 + 4x - 2}$

$\boxed{D: (-\infty, \infty)}$

⑥ $f(x) = \frac{2}{x-3}$ $\quad D: x \neq 3$

$g(x) = 2 + x$ $\quad D: (-\infty, \infty)$

a) $(f \circ g)(x) = \frac{2}{(2+x)-3}$

$= \boxed{\frac{2}{x-1}}$

$D: x \neq 1$

or

$\boxed{(-\infty, 1) \cup (1, \infty)}$

b) $(g \circ f)(x) = 2 + \left(\frac{2}{x-3}\right)$

$= \frac{2(x-3)}{(x-3)} + \frac{2}{(x-3)}$

$= \frac{2x - 6 + 2}{x-3}$

$= \boxed{\frac{2x-4}{x-3}}$

$\boxed{D: (-\infty, 3) \cup (3, \infty)}$

(7) $f(x) = \sqrt{2-x}$ $\quad g(x) = x^2 + 2$

D: $2 - x \geq 0$ $\quad$ D: $(-\infty, \infty)$

$-x \geq -2$

$x \leq 2$

D: $(-\infty, 2]$

a) $(f \circ g)(x) = \sqrt{2 - (x^2+2)}$

$= \sqrt{2 - x^2 - 2}$

$= \sqrt{-x^2}$

$= 0$

D: $x = 0$

b) $(g \circ f)(x) = \left(\sqrt{2-x}\right)^2 + 2$

$= 2 - x + 2$

$= -x + 4$

D: $(-\infty, 2]$

(8) $f(x) = x^3 + 4$ $\quad g(x) = (x-4)^{\frac{1}{3}}$

D: $(-\infty, \infty)$ $\quad$ D: $(-\infty, \infty)$

a) $(f \circ g)(x) = \left((x-4)^{\frac{1}{3}}\right)^3 + 4$

$= x - 4 + 4$

$= x$

D: $(-\infty, \infty)$

They are inverses ☺

b) $(g \circ f)(x) = \left((x^3+4) - 4\right)^{\frac{1}{3}}$

$= (x^3)^{1/3}$

$= x$

D: $(-\infty, \infty)$